3°	Mathématiques - Devoir à la maison	À rendre le jeudi 19/12/19

Problème

La mission Apollo 11 : le 21 juillet 1969, ils nous ont offert la Lune…

Quatrième partie : Accélération ressentie par l'équipage

On peut montrer grâce à la deuxième loi de Newton que, durant la combustion des moteurs F-1 du 1er étage, pour un temps t (en s) dans l'intervalle [0 ; 162] (l'instant $t = 0$ correspondant à la fin du compte à rebours), l'accélération a (en m/s^2) subie par l'équipage est approximativement donnée par l'expression :

$$a(t) = \frac{33\,850}{2\,900 - 12{,}58t}.$$

1) Calculer $a(100)$ en détaillant toutes les étapes et en arrondissant au dixième près. Interpréter ensuite le résultat.

2) Compléter, sur le sujet, le tableau de valeurs de l'expression $a(t)$ sur l'intervalle de temps [0 ; 162], en arrondissant au dixième près.

t (en s)	0	10	20	30	40	50	60	70	80
$a(t)$ (en m/s^2)									

Suite…	90	100	110	120	130	140	150	160	162

3) Sur du papier millimétré et à l'aide du tableau ci-dessus, représenter graphiquement l'accélération ressentie par les astronautes en fonction du temps. Placer l'origine en bas à gauche, prendre 1 cm pour 10 s en abscisse et 4 cm pour 10 m/s^2 en ordonnée.

4) En utilisant cette représentation graphique, déterminer la valeur de t pour laquelle l'accélération supportée les astronautes est égale à 15 m/s^2. Justifier en faisant apparaître sur le graphique les « traits de lecture ».

5) Retrouver le résultat de la question précédente par le calcul, c'est-à-dire en résolvant une équation.

Exemple : Déterminons la valeur de t pour laquelle l'accélération ressentie par l'équipage est égale à 25 m/s^2. Cela revient à résoudre l'équation $a(t) = 25$, c'est-à-dire :

$$\frac{33\,850}{2\,900 - 12{,}58t} = 25 \quad \text{soit} \quad \frac{33\,850}{2\,900 - 12{,}58t} = \frac{25}{1}.$$

D'après l'égalité des produits en croix, on obtient :

$$25(2\,900 - 12{,}58t) = 33\,850 \times 1,$$

puis on développe et réduit :

$$72\,500 - 314{,}5t = 33\,850.$$

On soustrait 72 500 aux deux membres de l'égalité afin d'isoler le terme en t dans le membre de gauche :

$$\cancel{72\,500} - 314{,}5t \cancel{-72\,500} = 33\,850 - 72\,500$$

$$-314{,}5t = -38\,650.$$

Et pour finir, on divise les deux membres de cette dernière égalité par $-314{,}5$:

$$\frac{\cancel{-314{,}5}t}{\cancel{-314{,}5}} = \frac{-38\,650}{-314{,}5} \quad \text{soit} \quad t = \boxed{\frac{38\,650}{314{,}5}\ \text{s}} \text{ (valeur exacte)}$$

$$\approx \boxed{123\ \text{s}} \text{ (valeur arrondie à la seconde près).}$$

À retenir :

- Une **équation** est une égalité dans laquelle intervient un nombre inconnu, désigné le plus souvent par une lettre. Cette lettre s'appelle l'**inconnue**.

  Exemples :

  - $\underbrace{2x+3}_{\substack{1^{er}\text{ membre}\\ \text{ou membre}\\ \text{de gauche}}} = \underbrace{5x-6}_{\substack{2^{ème}\text{ membre}\\ \text{ou membre}\\ \text{de droite}}}$ est une équation du 1er degré ;

  - $\underbrace{3x^2-2x-8}_{\substack{1^{er}\text{ membre}\\ \text{ou membre}\\ \text{de gauche}}} = \underbrace{0}_{\substack{2^{ème}\text{ membre}\\ \text{ou membre}\\ \text{de droite}}}$ est une équation du 2ème degré.

- **Résoudre une équation** c'est trouver la (ou les) valeur(s) que l'on peut donner à l'inconnue pour que l'égalité soit vraie. Ces valeurs sont appelées les **solutions** de l'équation.

- **Règle 1 :** On peut **ajouter** ou **retrancher** un **même nombre** aux deux membres d'une équation. On obtient alors une équation équivalente à la précédente, c'est-à-dire ayant les mêmes solutions.

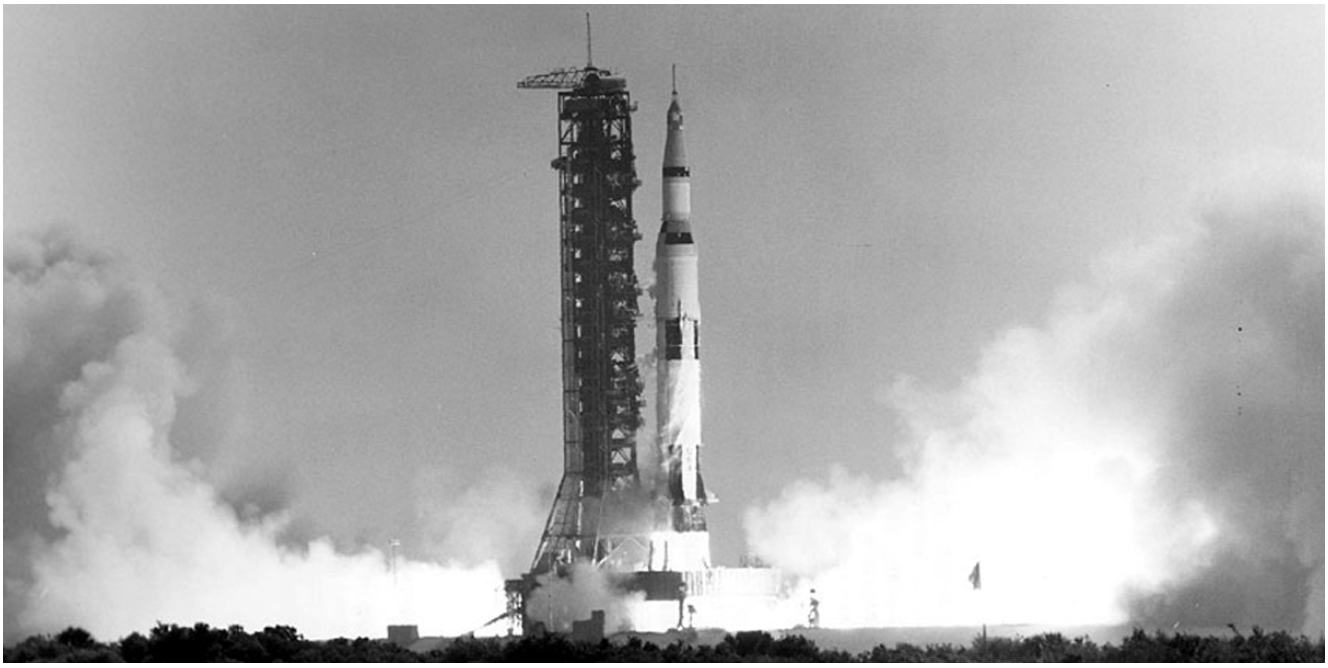
- **Règle 2 :** On peut **multiplier** ou **diviser** chaque membre d'une équation par un **même nombre non nul**. On obtient alors une équation équivalente à la précédente, c'est-à-dire ayant les mêmes solutions.

Une accélération peut aussi être exprimée en g, « g » étant l'initiale de « gravité ». Le g correspond à l'accélération de la pesanteur à la surface de la Terre, c'est-à-dire environ 9,8 m/s^2. Cette unité est principalement utilisée en aéronautique, dans l'industrie automobile et celle des parcs d'attraction. Il est très facile de convertir des m/s^2 en g et réciproquement. Par exemple :

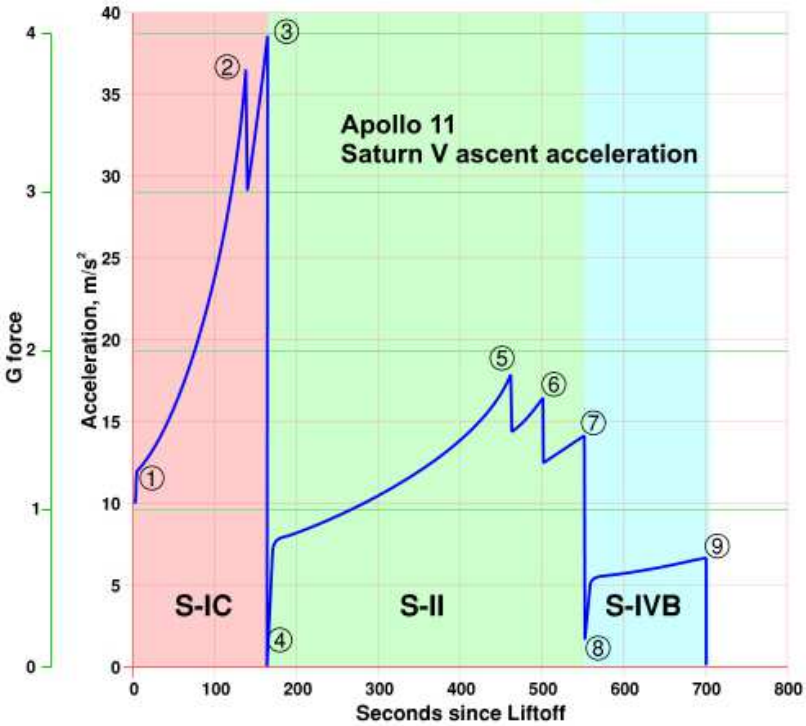
$$13{,}6\ \text{m/s}^2 \approx \frac{13{,}6}{9{,}8}\ g \approx 1{,}4\ g \qquad \text{et} \qquad 4\ g \approx 4\times 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 39{,}2\ \text{m/s}^2.$$

6) Convertir en g l'accélération $a(162)$.

Remarque : Par souci de simplification, on a supposé la poussée des cinq moteurs F-1 du 1er étage (S-IC) constante (numérateur de l'expression $a(t)$ donnée en début d'énoncé) alors que celle-ci augmente en fonction du temps. En réalité, l'accélération croît donc plus rapidement et d'ailleurs, à t = 135,5 s, le moteur central est coupé afin de réduire les contraintes structurelles sur la fusée.



Le 16 juillet 1969 à 14 h 32 (heure de Paris), dans le fracas retentissant des 160 millions de chevaux de Saturn V, Neil Armstrong, « Buzz » Aldrin et Michael Collins vont transpercer le ciel pour s'élancer vers la Lune, inscrivant ainsi leurs noms dans les livres d'Histoire.



Représentation graphique de l'accélération ressentie par les astronautes jusqu'à la mise en orbite terrestre.

① Décollage. L'accélération augmente rapidement à mesure que les réservoirs d'ergols se vident et que le rendement des moteurs augmente.

② Coupure du moteur central du 1er étage (S-IC).

③ Coupure des quatre autres moteurs du S-IC.

④ Allumage des cinq moteurs J-2 du 2ème étage (S-II).

⑤ Coupure du moteur central du S-II à un pic d'à peu près 1,8 *g*.

⑥ Changement du rapport de mélange. Celui-ci, plus riche, réduit légèrement la poussée mais augmente également l'efficacité des moteurs.

⑦ Coupure des quatre autres moteurs du S-II.

⑧ Allumage du moteur J-2 du 3ème étage (S-IVB).

⑨ Coupure du moteur du S-IVB. Le vaisseau est alors en orbite terrestre et l'accélération tombe à zéro. Ultérieurement, le moteur du S-IVB sera allumé une seconde et dernière fois en vue de l'injection sur l'orbite de transfert Terre-Lune.

C'est à l'instant t = 162 s, juste avant que ne soit largué le 1er étage de la fusée, que l'équipage endure la plus forte accélération au cours de ce dangereux périple qui doit le conduire jusqu'à la Lune, avec moins d'une chance sur deux de regagner la Terre…

Un peu d'histoire… Le début de la conquête spatiale a été marqué par de nombreuses premières soviétiques (satellites, animaux, sondes, cosmonautes) mais depuis la disparition de Korolev, le 14 janvier 1966, le programme spatial bat de l'aile : la mise au point du vaisseau Soyouz, l'équivalent de la capsule Apollo, rencontre d'importantes difficultés avec notamment l'accident de Soyouz 1 causant la mort du cosmonaute Vladimir Komarov le 24 avril 1967, et le développement du lanceur N-1 souffre d'un manque chronique de financements et de conflits politiques et techniques.

Le cosmonaute Vladimir Komarov.

Komarov (à droite) aux côtés de Gagarine.

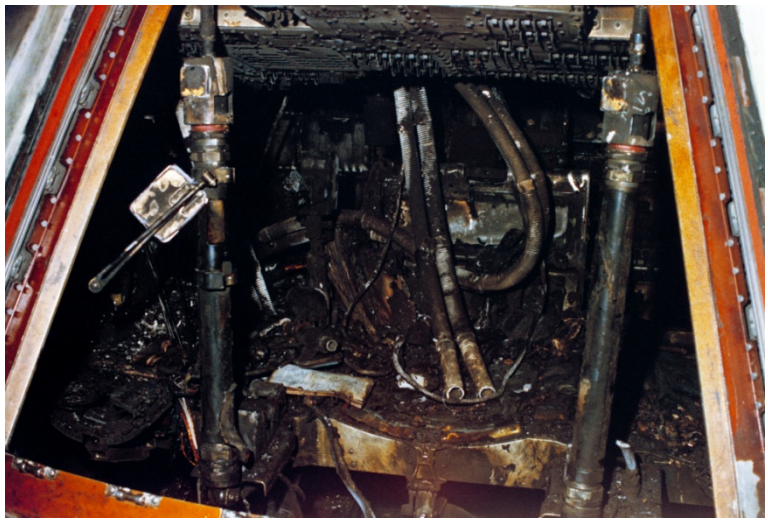
Mais, deux ans et demi avant la mission Apollo 11, l'Amérique elle aussi a connu ses heures sombres…

À Cap Kennedy, von Braun entame la dernière ligne droite. À l'intérieur du plus grand hangar jamais construit, sa fusée géante à destination de la Lune, la Saturn V, est en cours d'assemblage et la NASA est quasiment prête à lancer la mission Apollo.

Le 27 janvier 1967, « Gus » Grissom, « Ed » White et Roger Chaffee pénètrent dans le module de commande pour un ultime entraînement au sol.

L'équipage d'Apollo 1. De gauche à droite : « Gus » Grissom, « Ed » White et Roger Chaffee.

Pendant les tests, plusieurs problèmes surgissent parmi lesquels des grésillements au cours des communications radio avec la salle de contrôle rendant indiscernables les voix des trois astronautes. À 18 h 31, heure locale, un court-circuit transforme subitement la capsule, dont l'atmosphère est composée d'oxygène pur, en un terrible brasier. La mort des trois hommes stupéfie les Américains et, à la suite de cette tragédie, le vaisseau est revu de fond en comble, entraînant la modification d'une multitude de composants et un retard de plusieurs mois dans le programme Apollo. Par son impatience à décrocher la Lune, la NASA a mésestimé les risques…



L'intérieur de la cabine après l'incendie.

Vue extérieure du module de commande.

Plaque commémorative apposée sur la plate-forme de lancement LC-34, lieu du drame, qui a été reconvertie en mémorial pour les victimes d'Apollo 1.

« À LA MÉMOIRE DE CEUX QUI ONT FAIT LE SACRIFICE ULTIME AFIN QUE D'AUTRES ATTEIGNENT LES ÉTOILES DANS L'ADVERSITÉ JUSQU'AUX ÉTOILES QUE DIEU PROTÈGE L'ÉQUIPAGE D'APOLLO 1 »

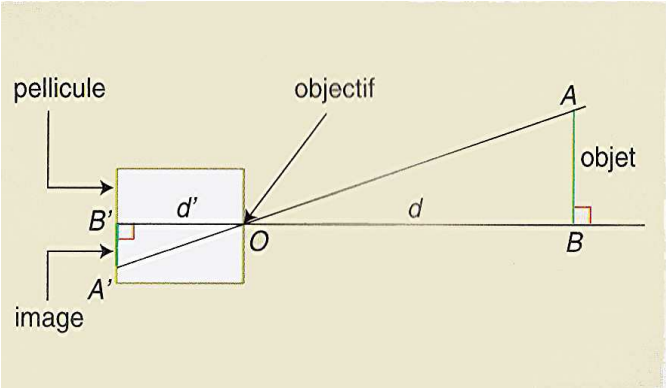
Valentina Komarov embrasse une photo de son mari.

« Gus » Grissom escorté par ses camarades astronautes jusqu'à sa dernière demeure au cimetière national d'Arlington, le 31 janvier 1967.

À suivre…

Exercice 1

Voici, ci-contre, le schéma simplifié du fonctionnement d'un appareil photographique. Un objet [AB] situé à une distance *d* de l'objectif O a une image [A'B'] qui se forme sur la pellicule, placée à une distance *d'* de O.



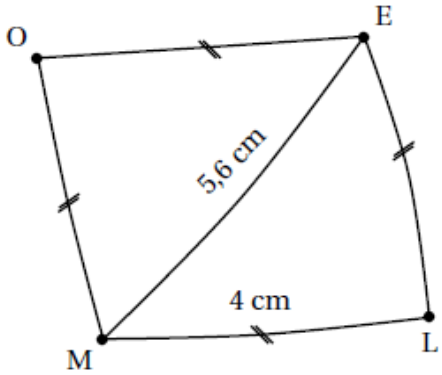
1) En citant uniquement la propriété utilisée, justifier que les droites (AB) et (A'B') sont parallèles.

2) Pour un certain appareil, $d' = 50$ mm. Un sapin de 12 m de hauteur se trouve à 15 m du photographe. Quelle est la hauteur de l'image qui se forme sur la pellicule ?

3) La pellicule est un rectangle de 24 mm sur 36 mm. Peut-on avoir l'image complète de l'arbre sur la pellicule ? Justifier correctement la réponse.

Exercice 2

Voici, ci-contre, la figure à main levée d'un quadrilatère.



1) Construire en vraie grandeur le quadrilatère OELM.

2) Pourquoi peut-on affirmer que OELM est un losange ?

3) Marie soutient que OELM est un carré, mais Charlotte est sûre que ce n'est pas vrai. Qui a raison ? Justifier la réponse.

Exercice 3

On donne $A(x) = (7x+2)(-2x+4) - (-3x+5)(7x+2)$.

1) Développer, réduire et ordonner $A(x)$.

2) Factoriser $A(x)$.

Question facultative hors barème : Quel est le chiffre des unités de 17^{2019} ?